MATERIAL WEB

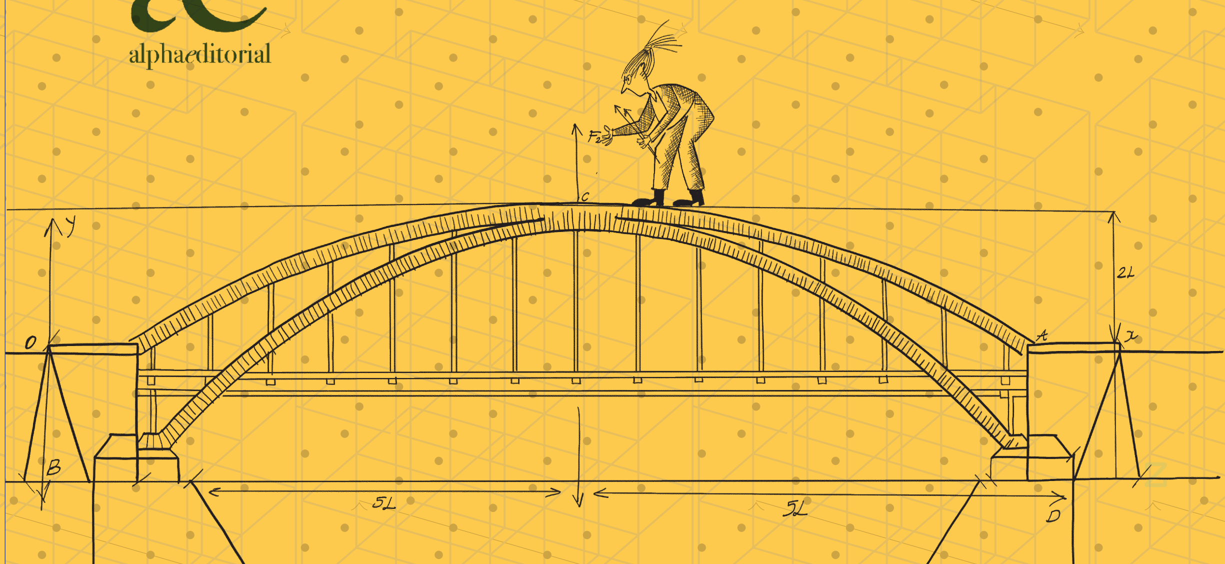
Enrique Vílchez Quesada   Juan Félix Ávila Herrera

Álgebra lineal para ingeniería con asistencia de software

MATERIAL WEB

CONTIENE HERRAMIENTA PEDAGÓGICA PARA DOCENTES

alphaeditorial



Material web complementario

Respuestas a ejercicios

alphaeditorial

Contenido

1. Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales 4

2. Vectores, rectas y planos 9

3. Espacios vectoriales reales de dimensión finita 11

4. Proyecciones ortogonales 13

5. Transformaciones lineales y matrices 13

6. Valores y vectores propios 15

7. Programación lineal 17

1. MATRICES, DETERMINANTES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Código 1.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-1.nb

Código 2.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-2.nb

Código 3.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-3.nb

Código 4.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-4.nb

1

Código 5.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-5.nb

Código 6.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-6.nb

Código 7.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-7.nb

Código 8.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-8.nb

Código 9.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-9.nb

Código 10.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-10.nb

Código 11.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-11.nb

Código 12.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-12.nb

Código 13.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-13.nb

Código 14.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-14.nb

Código 15.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-15.nb

Código 16.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-16.nb

Código 17.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-17.nb

Código 18.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-18.nb

Código 19.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-19.nb

Código 20.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-20.nb

Código 21.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-21.nb

Código 22.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-22.nb

Código 23.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-23.nb

Código 24.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-24.nb

Código 25.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-25.nb

Código 26.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-26.nb

Código 27.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-27.nb

Código 28.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-28.nb

Código 29.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-29.nb

Código 30.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-30.nb

Código 31.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-31.nb

Código 32.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-32.nb

Código 33.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-33.nb

Código 34.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-34.nb

Código 35.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-35.nb

Código 36.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-36.nb

Código 37.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-37.nb

Código 38.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-38.nb

Código 39.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-39.nb

Código 40.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-40.nb

Código 41.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-41.nb

Código 42.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-42.nb

Código 43.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC1-43.nb

2. VECTORES, RECTAS Y PLANOS

Código 44.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-1.nb

Código 45.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-2.nb

Código 46.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-3.nb

Código 47.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-4.nb

Código 48.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-5.nb

Código 49.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-6.nb

Código 50.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-7.nb

Código 51.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-8.nb

Código 52.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-9.nb

Código 53.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-10.nb

Código 54.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-11.nb

Código 55.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-12.nb

Código 56.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-13.nb

Código 57.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-14.nb

Código 58.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-15.nb

Código 59.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-16.nb

Código 60.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-17.nb

Código 61.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-18.nb

Código 62.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-19.nb

Código 63.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-20.nb

Código 64.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-21.nb

Código 65.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC2-22.nb

3. ESPACIOS VECTORIALES REALES DE DIMENSIÓN FINITA

Código 66.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-1.nb

Código 67.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-2.nb

Código 68.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-3.nb

Código 69.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-4.nb

Código 70.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-5.nb

Código 71.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-6.nb

Código 72.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-7.nb

Código 73.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-8.nb

Código 74.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-9.nb

Código 75.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-10.nb

Código 76.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC3-11.nb

4. PROYECCIONES ORTOGONALES

Código 77.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC4-1.nb

Código 78.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC4-2.nb

Código 79.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC4-3.nb

5. TRANSFORMACIONES LINEALES Y MATRICES

Código 80.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-1.nb

Código 81.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-2.nb

Código 82.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-3.nb

Código 83.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-4.nb

Código 84.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-5.nb

Código 85.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-6.nb

Código 86.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-7.nb

Código 87.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-8.nb

Código 88.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-9.nb

Código 89.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-10.nb

Código 90.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-11.nb

Código 91.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-12.nb

Código 92.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-13.nb

Código 93.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-14.nb

Código 94.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC5-15.nb

6. VALORES Y VECTORES PROPIOS

Código 95.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/Arch20251126174706197.nb

Código 96.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-1.nb

Código 97.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-2.nb

Código 98.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-3.nb

Código 99.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-4.nb

Código 100.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-5.nb

Código 101.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-6.nb

Código 102.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-7.nb

Código 103.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-8.nb

Código 104.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-9.nb

Código 105.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-10.nb

Código 106.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-11.nb

Código 107.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-12.nb

Código 108.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC6-13.nb

7. PROGRAMACIÓN LINEAL

Código 109.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-1.nb

Código 110.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-2.nb

Código 111.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-3.nb

Código 112.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-4.nb

Código 113.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-5.nb

Código 114.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-6.nb

Código 115.

Dirección *URL*:
https://www.escinf.una.ac.cr/mathematica/editorial-alpha/FileC7-7.nb

Respuestas a ejercicios

[1.1] $\begin{pmatrix} \frac{255}{16} & \frac{65}{8} & \frac{49}{16} & -\frac{151}{8} \\ 41 & 1 & 3 & 41 \\ \frac{27}{8} & -\frac{7}{4} & \frac{77}{8} & -\frac{61}{4} \\ \frac{93}{4} & -\frac{45}{4} & -1 & -\frac{61}{4} \end{pmatrix}$.

[1.2] $\begin{pmatrix} -\frac{281}{529} & \frac{290}{1587} & \frac{1283}{3174} & \frac{2333}{529} \\ -\frac{4181}{3174} & \frac{196}{529} & -\frac{82}{1587} & \frac{305}{529} \\ \frac{7327}{6348} & -\frac{1751}{3174} & -\frac{2011}{1587} & \frac{793}{1058} \\ \frac{1397}{2116} & -\frac{1425}{2116} & -\frac{2381}{1058} & -\frac{1075}{1058} \end{pmatrix}$.

[1.3] $\begin{pmatrix} \frac{3199}{240} & \frac{643}{60} & \frac{541}{80} & \frac{179}{20} \\ \frac{4043}{80} & \frac{1051}{20} & \frac{1331}{80} & \frac{729}{20} \\ -\frac{35}{6} & \frac{289}{24} & -4 & \frac{11}{4} \\ \frac{5}{2} & \frac{91}{4} & -8 & 11 \end{pmatrix}$.

[1.4] $\begin{pmatrix} \frac{4247}{4} & -969 & -\frac{2695}{4} & -725 \\ 342 & 1028 & -716 & -643 \\ -353 & -\frac{2019}{2} & 1376 & -\frac{637}{2} \\ -\frac{1491}{4} & -439 & \frac{825}{4} & \frac{4327}{4} \end{pmatrix}$.

[1.5] $\begin{pmatrix} \frac{943}{172} & -\frac{9}{43} & -\frac{161}{43} & -\frac{73}{172} \\ \frac{1017}{86} & -\frac{4}{43} & -\frac{320}{43} & -\frac{107}{86} \\ \frac{494}{43} & -\frac{6}{43} & -\frac{308}{43} & -\frac{48}{43} \\ \frac{7}{2} & 0 & -2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

[1.6] $$X = \begin{pmatrix} -\frac{67}{6} & 5 & -\frac{13}{3} & \frac{29}{2} \\ \frac{772}{27} & -\frac{275}{9} & -\frac{757}{18} & -\frac{25}{3} \\ \frac{253}{9} & -\frac{55}{3} & -\frac{25}{3} & -\frac{58}{3} \\ -\frac{65}{54} & -\frac{109}{9} & -\frac{142}{9} & \frac{20}{3} \end{pmatrix}.$$

[1.7] $$X = \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & -\frac{151}{40} & -\frac{89}{30} & -\frac{383}{60} \\ -\frac{877}{456} & -\frac{2379}{1520} & \frac{3419}{1140} & -\frac{4507}{2280} \\ \frac{545}{152} & -\frac{5059}{1520} & -\frac{1997}{380} & \frac{1531}{760} \\ \frac{1}{456} & -\frac{9201}{1520} & \frac{397}{380} & \frac{2329}{760} \end{pmatrix}.$$

[1.8] $$X = \begin{pmatrix} \frac{577}{196800} & -\frac{710821}{7478400} & -\frac{99167}{623200} & \frac{345073}{2492800} \\ \frac{26447}{275520} & -\frac{942251}{10469760} & -\frac{26151}{124640} & \frac{746143}{3489920} \\ -\frac{41259}{262400} & \frac{1793207}{9971200} & \frac{229567}{2492800} & -\frac{2377073}{9971200} \\ -\frac{1862401}{5510400} & \frac{73201573}{209395200} & \frac{201353}{2492800} & \frac{8955151}{69798400} \end{pmatrix}.$$

[1.9] $$X = \begin{pmatrix} -\frac{3259}{16509} & \frac{39703}{16509} & \frac{520}{16509} & \frac{7711}{16509} \\ \frac{3116}{5503} & \frac{8292}{5503} & -\frac{4006}{5503} & -\frac{7528}{5503} \\ -\frac{9560}{5503} & -\frac{6713}{5503} & -\frac{2078}{5503} & \frac{4807}{5503} \\ \frac{2153}{16509} & \frac{10408}{5503} & \frac{11809}{16509} & \frac{3325}{16509} \end{pmatrix}.$$

[1.10] $$X = \begin{pmatrix} \frac{639752687}{1212176480} & -\frac{17359123611}{31516588480} & -\frac{3091350763}{31516588480} & -\frac{28184805953}{31516588480} \\ \frac{396953313}{1212176480} & -\frac{6592538229}{31516588480} & -\frac{358472997}{31516588480} & -\frac{14359263727}{31516588480} \\ \frac{415799373}{969741184} & -\frac{10115488977}{25213270784} & -\frac{1256458113}{25213270784} & -\frac{14288644835}{25213270784} \\ -\frac{1511962599}{4848705920} & \frac{14724854643}{126066353920} & \frac{1780091523}{126066353920} & \frac{62199515177}{126066353920} \end{pmatrix}.$$

[1.11**]** Partimos de: $A^2 = A$. Aplicamos el determinante en ambos lados de la igualdad:

$\det(A^2) = \det(A)$. Por una propiedad del determinante, tenemos: $(\det A)^2 = \det A$. Esto se puede reescribir como: $(\det A)^2 - \det A = 0$ y factorizando: $\det A\,(\det A - 1) = 0$. Por tanto, $\det A = 0$, o bien, $\det A = 1$.

[1.12**]** Por definición de matriz involutiva: $A^2 = I_n$. Tomando determinantes en ambos lados:

$\det(A^2) = \det(I_n)$, por lo que, $(\det A)^2 = 1$ y $\det(A) = \pm 1$.

[1.13**]** Sean A y B dos matrices idempotentes tales que $AB = BA$. Tenemos que: $A^2 = A$ y $B^2 = B$.

Demostremos que $C = AB$ es idempotente:

$C^2 = (AB)^2 = ABAB = A(BA)B$ (por asociatividad)

$= A(AB)B$ (porque $AB = BA$) $= A^2B^2$ (por asociatividad) ·

$= AB$ (porque $A^2 = A$ y $B^2 = B$) $= C$

[1.14**]** Sea A una matriz nilpotente de índice k, es decir, $A^k = 0_n$. Consideremos la matriz $I_n - A$.

Para demostrar que es invertible, encontraremos explícitamente su inversa. Consideremos la expresión: $(I_n - A)(I_n + A + A^2 + \ldots + A^{k-1})$. Desarrollando:

$(I_n - A)(I_n + A + A^2 + \ldots + A^{k-1})$

$= I_n + A + A^2 + \ldots + A^{k-1} - A - A^2 - \ldots - A^{k-1} - A^k$

$= I_n - A^k$

$= I_n - 0_n$

$= I_n$

Similarmente, podemos probar que: $(I_n + A + A^2 + \ldots + A^{k-1})(I_n - A) = I_n$. De donde, $(I_n - A)^{-1} = I_n + A + A^2 + \ldots + A^{k-1}$, lo que demuestra que $I_n - A$ es invertible.

[1.15] Consideremos la matriz P definida como: $P = \frac{1}{k-1}(A + A^2 + \ldots + A^{k-1})$. Demostremos que P es idempotente. Calculemos AP:

$$AP = A\frac{1}{k-1}(A + A^2 + \ldots + A^{k-1})$$

$$= \frac{1}{k-1}(A^2 + A^3 + \ldots + A^{k-1} + A^k)$$

$$= \frac{1}{k-1}(A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{k-1})$$

La última igualdad se debe a que $A^k = A$. Observemos que: $AP = P$. Ahora calculemos P^2:

$$P^2 = PP$$

$$= \frac{1}{k-1}(A + A^2 + \ldots + A^{k-1})P$$

$$= \frac{1}{k-1}(AP + A^2P + A^3P + \ldots + A^{k-1}P)$$

Pero ya demostramos que $AP = P$, y por extensión, $A^mP = P$ para cualquier m. Por lo tanto:

$$P^2 = \frac{1}{k-1}(P + P + P + \ldots + P) = \frac{1}{k-1} \cdot (k-1)P = P$$

Esto demuestra que P es idempotente.

[1.16] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -9 & -\frac{7}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 5 & \frac{16}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y rango 2.

[1.17] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{21}{80} & -\frac{33}{80} & -\frac{27}{20} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{17}{160} & \frac{141}{160} & -\frac{1}{40} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{23}{160} & -\frac{21}{160} & \frac{1}{40} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y rango 3.

[1.18] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & \frac{14}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{20}{3} & -\frac{74}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{8}{3} & \frac{79}{18} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -14 & \frac{115}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y rango 4.

[1.19] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{19}{9} & -\frac{29}{12} & -\frac{79}{12} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{26}{9} & -\frac{7}{3} & -\frac{23}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{8}{3} & \frac{7}{2} & \frac{19}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y rango 3.

[1.20] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{21250}{929} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{21842}{929} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{9024}{929} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1866}{929} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{9042}{929} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y rango 5.

[1.21] $\begin{pmatrix} -\frac{6}{227} & -\frac{33}{227} & -\frac{14}{227} & -\frac{34}{227} \\ \frac{94}{227} & \frac{63}{227} & \frac{68}{227} & \frac{3}{227} \\ \frac{23}{227} & \frac{13}{227} & -\frac{22}{227} & -\frac{21}{227} \\ \frac{149}{227} & \frac{25}{227} & \frac{45}{227} & \frac{12}{227} \end{pmatrix}$.

[1.22] $\begin{pmatrix} \frac{9}{29} & -\frac{5}{58} & \frac{43}{58} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{29} & -\frac{3}{29} & \frac{11}{58} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ \frac{6}{29} & -\frac{13}{58} & \frac{67}{116} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

[1.23] $\begin{pmatrix} -\frac{321}{935} & -\frac{10}{187} & \frac{227}{935} & \frac{52}{187} \\ \frac{354}{935} & \frac{32}{187} & -\frac{128}{935} & -\frac{71}{374} \\ \frac{24}{187} & -\frac{5}{187} & \frac{4}{187} & -\frac{135}{374} \\ -\frac{57}{187} & -\frac{105}{187} & \frac{84}{187} & -\frac{15}{187} \end{pmatrix}$.

[1.24] $\begin{pmatrix} \frac{11}{35} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{70} & \frac{13}{70} \\ -\frac{43}{210} & -\frac{1}{15} & \frac{23}{420} & -\frac{89}{420} \\ \frac{1}{7} & 0 & \frac{5}{14} & \frac{5}{14} \\ -\frac{9}{14} & 0 & -\frac{3}{28} & -\frac{3}{28} \end{pmatrix}$.

[1.25] $\begin{pmatrix} \frac{6198}{12197} & -\frac{1961}{12197} & -\frac{1788}{60985} & -\frac{31112}{60985} & \frac{46536}{60985} \\ -\frac{74106}{134167} & \frac{62647}{134167} & -\frac{39784}{670835} & \frac{428664}{670835} & -\frac{600092}{670835} \\ -\frac{70575}{134167} & \frac{44970}{134167} & -\frac{13096}{134167} & \frac{51536}{134167} & -\frac{79908}{134167} \\ -\frac{76035}{268334} & \frac{59685}{536668} & \frac{2099}{134167} & \frac{19606}{134167} & -\frac{76323}{134167} \\ -\frac{2724}{12197} & \frac{1098}{12197} & \frac{10704}{60985} & \frac{11076}{60985} & -\frac{13368}{60985} \end{pmatrix}$.

[1.26] 2.

[1.27] $\frac{32}{3}$.

[1.28] $-\frac{3335}{96}$.

[1.29] $\frac{121}{16}$.

[1.30] $\frac{898}{9}$.

[1.31] $-\frac{1151}{75}$.

[1.32] $-\frac{173}{5}$.

[1.33] $-\frac{5079}{100}$.

[1.34] $-\frac{169}{20}$.

[1.35] $\frac{12029}{600}$.

[1.36] $x = -\dfrac{237}{200}, y = -\dfrac{623}{1200}, z = -\dfrac{37}{100}$.

[1.37] $x = \dfrac{47}{91}, y = -\dfrac{64}{91}, z = -\dfrac{50}{21}$.

[1.38] $x = -\dfrac{4}{15}, y = -\dfrac{52}{75}, z = \dfrac{6}{5}$.

[1.39] $x = \dfrac{215}{163}, y = \dfrac{2799}{3586}, z = \dfrac{778}{1793}, w = -\dfrac{1827}{3586}$.

[1.40] $x = -\dfrac{3413}{558}, y = -\dfrac{2984}{1395}, z = -\dfrac{664}{279}, w = \dfrac{1604}{1395}$.

[1.41] Solución única: $k \neq -1$, infinidad de soluciones: $k = -1$ y solución vacía: nunca (el sistema es homogéneo).

[1.42] Solución única: $k \neq -4.11309, 0.911179, 3.20191$ (aproximadamente), infinidad de soluciones: nunca y solución vacía: $k \approx -4.11309, 0.911179, 3.20191$.

[1.43] Solución única: nunca, infinidad de soluciones: siempre y solución vacía: nunca.

[1.44] Solución única: $k \neq -3, 1$, infinidad de soluciones: $k = 1$ y solución vacía: $k = -3$.

[1.45] Solución única: $k \neq -5.17665, -1.06231$ (aproximadamente), infinidad de soluciones: nunca y solución vacía: $k \approx -5.17665, -1.06231$.

Respuestas de los ejercicios del capítulo 2.

[2.1] $2u - 3v + w = (13, -14, -2)$.

[2.2] $3a + 2b = (7, 4, -3, 11)$.

[2.3] $(5, -3, 7) = 5i - 3j + 7k$.

[2.4] $\alpha = 3$ y $\beta = -1$.

[2.5] Son linealmente dependientes pues $\alpha u + \beta v = w$ con $\alpha = -1$ y $\beta = 1$.

[2.6] $\|p\| = 13$, $\|q\| = 3$, vector unitario: $\frac{1}{13}(4, -3, 12)$.

[2.7] $a \cdot b = -5$, $\cos\theta = \frac{-5}{6\sqrt{7}}$, $\theta \approx 108.359°$.

[2.8] $\text{proj}_v u = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

[2.9] $a \times b = (6, -5, -4)$, $(a \times b) \cdot c = -19$, Volumen $= |-19| = 19$.

[2.10] $x = \left(-2 + \frac{3(41\pm\sqrt{141})}{35}, \frac{41\pm\sqrt{141}}{35}, 7 - \frac{41\pm\sqrt{141}}{7}\right)$.

[2.11] $u \cdot v = 3$.

[2.12] $p \cdot q = -5 \neq 0$. No son ortogonales.

[2.13] $\|v\| = 3\sqrt{2}$.

[2.14] $\|w\| = 10$. Vector unitario: $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, 0\right)$.

[2.15] $\cos\theta = \frac{4}{9}$, $\theta = \arccos\left(\frac{4}{9}\right) \approx 63.6122°$.

[2.16] $w = u \times v = (4, -5, -6)$ es ortogonal a ambos vectores.

[2.17] $k = -3$.

[2.18] No es ortogonal. Normas: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$.

[2.19] $u_\perp = \left(\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$.

[2.20] Verificación: $\|e_i\| = 1$ para $i = 1, 2, 3$ y $e_i \cdot e_j = 0$ para $i \neq j$.

[2.21] $\cos\theta = \frac{1}{2}$. Por tanto, $\theta = 60°$.

[2.22] $\text{proj}_b a = \left(\frac{14}{5}, \frac{7}{5}, 0\right)$.

[2.23] $\|v\| = 7$. Cosenos directores: $\cos\alpha = \frac{2}{7}$, $\cos\beta = \frac{3}{7}$, $\cos\gamma = \frac{6}{7}$.

[2.24] Vector: $\frac{10}{\sqrt{21}}(4, -2, 1)$.

[2.25] $k = 4$.

[2.26] $u_\perp = \left(\frac{8}{3}, -\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

[2.27] $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{15}}$, $\theta \approx 75.0368°$.

[2.28] $\|\text{proj}_v u\| = \frac{|u \cdot v|}{\|v\|} = \frac{3\sqrt{134}}{134}$ y $\|\text{proj}_u v\| = \frac{\sqrt{6}}{10}$.

[2.29] Vector unitario: $\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$. Forma ángulo $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \approx 54.74°$ con cada vector coordenado.

[2.30] $b_{\perp c} = b - \text{proj}_c b = \left(1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{6}$, $\theta = 73.2213°$.

[2.31] $u \times v = (1, -7, -5)$.

[2.32] $a \times b = (-2, 7, 1)$. Verificación: $a \cdot (a \times b) = 0$, $b \cdot (a \times b) = 0$.

[2.33] Área $= \|u \times v\| = \sqrt{30}$.

[2.34] $v \times w = (3, -4, 2)$, $u \times (v \times w) = (4, 1, -4)$.

[2.35] $\overrightarrow{AB} = (2, 1, -2)$, $\overrightarrow{AC} = (1, -1, 1)$. Área $= \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{\sqrt{26}}{2}$.

[2.36] $p \times q = (1, 2, -5)$. Vector unitario: $\frac{1}{\sqrt{30}}(1, 2, -5)$.

[2.37] $V = 2$.

[2.38] $(a \times b) \cdot c = 10$ y $a \cdot (b \times c) = 10$.

[2.39] Los vectores son coplanares si su producto mixto es cero, $k = 1$.

[2.40] No existe solución ya que $u \cdot v = 1 \neq 0$.

[2.41] Área $= \frac{\sqrt{26}}{2}$.

[2.42] Volumen = $\frac{1}{2}$.

[2.43] No son colineales.

[2.44] Distancia = $\sqrt{6}$.

[2.45] Distancia = $\frac{2}{3}$.

[2.46] $\cos\theta = \frac{|0|}{\sqrt{3}\sqrt{6}} = 0$, por tanto $\theta = 90°$.

[2.47] Punto de intersección: $(3, -2, 1)$.

[2.48] Distancia = $\sqrt{3}$.

[2.49] Plano: $y + z = 0$.

[2.50] Ecuación: $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

[2.51] Vector director: $(2, 2, -3)$. Ecuaciones: $x = 2 + 2t,\ y = -1 + 2t,\ z = 3 - 3t$.

[2.52] Ecuación: $2x - y + 3z = 8$.

[2.53] Recta: $(1, 0, -1) + t(0, 1, 1)$.

[2.54] Distancia = $\frac{\sqrt{14}}{14}$.

[2.55] Ángulo $\approx 74.2068°$.

[2.56] Distancia = $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

[2.57] Ecuación: $x - 2y = 3$.

[2.58] Punto: $(3, 0, 1)$.

[2.59] Recta proyectada: $(1, 0, 2) + s(1, 2, 1)$.

[2.60] Recta: $(1, 2, 3) + r(-1, 3, 1)$.

Respuestas de los ejercicios del capítulo 3.

[3.1] No es un espacio vectorial. Falla el axioma $1 \odot \mathbf{v} = \mathbf{v}$. Por ejemplo,
$1 \odot (1, 2, 3, 4) = (1, 2, 3, 0) \neq (1, 2, 3, 4)$.

[3.2] Sí es un espacio vectorial. El elemento neutro es I, el inverso de A es $2I - A$, y se verifican todos los axiomas con estas operaciones modificadas.

[3.3] No es un espacio vectorial. Falla la distributividad respecto a vectores:
$k \star (p + q) = k(p(x) + q(x)) + (k - 1)$ mientras que
$(k \star p) + (k \star q) = kp(x) + (k - 1) + kq(x) + (k - 1) = k(p(x) + q(x)) + 2(k - 1)$.

[3.4] Sí es un espacio vectorial. El elemento neutro es $(-1, 0, 0, 0, 0)$ y el inverso de $(x_1, \ldots, x_5)$ es $(-x_1 - 2, -x_2, -x_3, -x_4, -x_5)$. Se verifican todos los axiomas.

[3.5] Sí es un espacio vectorial. El elemento neutro es $-2I$, el inverso de A es $-A - 4I$, y se verifican todos los axiomas. Por ejemplo: $A \oplus (-2I) = A + (-2I) + 2I = A$ y
$(k + m) \odot A = (k + m)A + 2(k + m - 1)I = kA + 2(k - 1)I + mA + 2(m - 1)I = (k \odot A) \oplus (m \odot A)$.

[3.6] Sí es un subespacio vectorial. Contiene el vector cero $(0, 0, 0, 0)$, es cerrado bajo la suma (la suma de dos vectores que satisfacen ambas ecuaciones también las satisface), y es cerrado bajo el producto por escalar.

[3.7] Sí es un subespacio vectorial. El polinomio cero satisface la condición, y si $p'(1) = 0$ y $q'(1) = 0$, entonces $(p + q)'(1) = p'(1) + q'(1) = 0$ y $(kp)'(1) = kp'(1) = 0$ para cualquier escalar k.

[3.8] Sí es un subespacio vectorial. La matriz cero satisface $0 + 0 + 0 = 0 + 0$. Si dos matrices satisfacen la condición, su suma también la satisface, y el producto por escalar preserva la relación lineal.

[3.9] No es un subespacio vectorial. No es cerrado bajo la suma. Por ejemplo, $(1, 0, 1)$ y $(0, 1, 1)$ están en W (pues $1^2 + 0^2 = 1^2$ y $0^2 + 1^2 = 1^2$), pero $(1, 0, 1) + (0, 1, 1) = (1, 1, 2)$ no está en W ya que $1^2 + 1^2 = 2 \neq 4 = 2^2$.

[3.10] No es un subespacio vectorial. No contiene la matriz cero, ya que $\det\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} = 0 \neq 1$. Además, no es cerrado bajo la suma ni el producto por escalar.

[3.11] Sí. Resolviendo el sistema $\alpha(1,2,-1,3)+\beta(2,-1,4,1)+\gamma(3,1,3,4) = (8,1,10,9)$ se obtiene $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 1$. Verificación: $1(1,2,-1,3)+2(2,-1,4,1)+1(3,1,3,4) = (8,1,10,9)$.

[3.12] No. El sistema de ecuaciones para los coeficientes es inconsistente. Al formar la matriz aumentada con los vectores de coeficientes y aplicar reducción por filas, se obtiene una fila de la forma $(0,0,0,0|c)$ con $c \neq 0$.

[3.13] Sí. Resolviendo el sistema correspondiente, se obtiene la combinación: $2A_1 + 1A_2 + 1A_3$, donde A_1, A_2, A_3 son las matrices dadas. Verificación: $2A_1 + A_2 + A_3 = \begin{pmatrix}5 & 7 & 0\\ 3 & 3 & 4\end{pmatrix}$.

[3.14] No. Si $e^x = \alpha\sin(x) + \beta\cos(x) + \gamma x^2$ para alguna combinación lineal, entonces evaluando en puntos específicos: en $x = 0$ da $1 = \beta$, en $x = \pi/2$ da $e^{\pi/2} = \alpha + \gamma(\pi/2)^2$, en $x = \pi$ da $e^{\pi} = -\beta + \gamma\pi^2 = -1 + \gamma\pi^2$. Esto implicaría $\gamma = (e^{\pi}+1)/\pi^2$, pero entonces la ecuación no se satisface para otros valores de x, como se puede verificar derivando ambos lados.

[3.15] Sí. Igualando coeficientes se obtiene el sistema y la solución es $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 0$, $\delta = -1$. Verificación: $1(x^4+2x^2-1)+2(x^3-x+3)+0(3x^4-x^3+x^2+2)+(-1)(x^2+2x-1) = x^4+2x^3+x^2-4x+6$.

[3.16] Linealmente independientes. Al formar la matriz con estos vectores como filas y calcular su determinante se obtiene $\det = 73 \neq 0$. Por tanto, los cuatro vectores forman una base de $\mathbb{R}^4$.

[3.17] Linealmente dependientes. Existe la relación $A_1 + A_2 - A_3 = 0$, donde A_1, A_2, A_3 son las matrices dadas en orden. Esto se verifica sumando las primeras dos matrices y comparando con la tercera.

[3.18] Linealmente dependientes. Usando la identidad trigonométrica $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, tenemos $0 \cdot \sin(x)\cos(x) + 1 \cdot \sin^2(x) + 1 \cdot \cos^2(x) - 1 = 0$.

[3.19] Linealmente independientes si y solo si $a \neq 1$ y $a \neq -2$. El determinante de la matriz de coeficientes es $(a-1)^2(a+2)$. Cuando $a = 1$ o $a = -2$, los vectores son linealmente dependientes.

[3.20] Linealmente independientes. Si $\alpha e^x + \beta x e^x + \gamma x^2 e^x + \delta e^{2x} = 0$ para todo x, dividiendo por e^x obtenemos $\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta e^x = 0$. De donde se obtiene un sistema que solo tiene la solución trivial $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$.

[3.21] No genera a $M_{2\times3}(\mathbb{R})$. El rango de la matriz formada por las representaciones vectoriales es 4, pero $\dim(M_{2\times3}(\mathbb{R})) = 6$. Por tanto, S genera un subespacio de dimensión 4.

[3.22] Para $a \neq 1$, el conjunto T genera un subespacio de dimensión 3. Cuando $a = 1$, se tiene $p_3(x) = 2p_1(x) + p_2(x)$, por lo que la dimensión del subespacio generado es 2.

[3.23] Sí pertenece. Resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente se obtiene $(2, 0, -1, 8) = 2(2, 1, -1, 3) + 1(1, -2, 2, 1) + (-1)(3, 0, 1, -1)$.

[3.24] Una base para W es $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \right\}$ y $\dim(W) = 3$. La tercera matriz original es combinación lineal de las dos primeras.

[3.25] Sí pertenece. Usando la identidad $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$ y $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, se puede escribir $g(x) = 3(\cos^2(x) + \sin^2(x)) + 2\cos(2x) = 3\cos^2(x) + 3\sin^2(x) + 2\cos(2x)$.

[3.26] De las ecuaciones obtenemos $z = -2x + y$ y $w = x + y$. Por tanto, $(x, y, z, w) = x(1, 0, -2, 1) + y(0, 1, 1, 1)$. Una base es $\mathcal{B} = \{(1, 0, -2, 1), (0, 1, 1, 1)\}$ y $\dim(W) = 2$.

[3.27] Una matriz simétrica tiene la forma $\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$. Una base es $\mathcal{B} = \{E_{11}, E_{12} + E_{21}, E_{13} + E_{31}, E_{22}, E_{23} + E_{32}, E_{33}\}$ donde E_{ij} es la matriz con 1 en la posición (i, j) y ceros en las demás. Por tanto, $\dim(V) = 6$.

[3.28] Buscamos α, β, γ tales que $3x^2 - 4x + 2 = \alpha(1 + x) + \beta(1 - x) + \gamma x^2$. Igualando coeficientes: $\alpha + \beta = 2$, $\alpha - \beta = -4$, $\gamma = 3$. Resolviendo: $\alpha = -1$, $\beta = 3$, $\gamma = 3$. Por tanto, $[p(x)]_{\mathcal{B}} = (-1, 3, 3)^T$.

[3.29] S es base cuando los vectores son linealmente independientes. Formando la matriz de coeficientes $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y calculando su determinante obtenemos a^2. Por tanto, S es base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ para $a \neq 0$.

[3.30] Como $\dim(M_2(\mathbb{R})) = 4$, necesitamos agregar 2 matrices más. Podemos completar con $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. La base completa es $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

[3.31] Resolvemos $\alpha(1, 1, 0) + \beta(1, 0, 1) + \gamma(0, 1, 1) = (3, 2, 1)$. Sistema: $\alpha + \beta = 3$, $\alpha + \gamma = 2$, $\beta + \gamma = 1$. Resolviendo: $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$. Por tanto, $[(3, 2, 1)]_{\mathcal{B}} = (2, 1, 0)^T$.

[3.32] Buscamos $\alpha(1 + x) + \beta(1 - x) + \gamma x^2 = x^2 + 2x + 3$. Igualando coeficientes: $\alpha + \beta = 3$, $\alpha - \beta = 2$, $\gamma = 1$. Resolviendo: $\alpha = \frac{5}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = 1$. Por tanto, $[x^2 + 2x + 3]_{\mathcal{B}} = (\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, 1)^T$.

[3.33] Como es la base estándar, las coordenadas son directamente las entradas de la matriz leídas por filas (o columnas). Por tanto, $\left[\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\right]_{\mathcal{B}} = (2, 3, 1, 4)^T$.

[3.34] Resolvemos $\alpha(-1,1,0,0)+\beta(0,0,1,0)+\gamma(0,0,0,1) = (-2,2,3,-1)$. De las componentes: $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\gamma = -1$. Por tanto, $[(-2,2,3,-1)]_{\mathcal{B}} = (2,3,-1)^T$.

[3.35] Notamos que $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$. Por tanto, $[x^3 - 3x^2 + 3x - 1]_{\mathcal{B}} = (0,0,1)^T$.

[3.36] Como $\dim(\mathbb{R}^3) = 3$ y $|L| = 2$, necesitamos agregar 1 vector más. Podemos tomar $(1,0,0)$. Verificamos que $\{(1,0,1),(0,1,1),(1,0,0)\}$ es linealmente independiente calculando el determinante: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$. Una base completada es $\mathcal{B} = \{(1,0,1),(0,1,1),(1,0,0)\}$.

[3.37] Como $\dim(\mathcal{P}_3(\mathbb{R})) = 4$ y $|L| = 2$, necesitamos agregar 2 polinomios más. Podemos completar con $\{1, x\}$. Verificamos independencia lineal: si $\alpha \cdot 1 + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 = 0$, entonces $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$. Una base completada es $\mathcal{B} = \{1, x, x^2, x^3\}$.

[3.38] Como $\dim(M_2(\mathbb{R})) = 4$ y $|L| = 2$, necesitamos agregar 2 matrices más. Podemos completar con $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Una base completada es $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

[3.39] Primero encontramos que $\dim(W) = 2$ (dos restricciones independientes en $\mathbb{R}^4$). Como $|L| = 1$, necesitamos agregar 1 vector más. Un vector en W tiene la forma $(-t, t, s, s)$. Podemos tomar $(-1,1,0,0)$. Verificamos independencia: $\alpha(-1,1,1,1)+\beta(-1,1,0,0) = (0,0,0,0)$ implica $\alpha = \beta = 0$. Una base completada es $\mathcal{B} = \{(-1,1,1,1),(-1,1,0,0)\}$.

[3.40] Como $\dim(\mathcal{P}_2(\mathbb{R})) = 3$ y $|L| = 2$, necesitamos agregar 1 polinomio más. Podemos tomar $p(x) = 1$. Verificamos independencia lineal: si $\alpha(x^2+x)+\beta(x-1)+\gamma(1) = 0$, entonces $\alpha x^2 + (\alpha+\beta)x + (-\beta+\gamma) = 0$. Esto implica $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$. Una base completada es $\mathcal{B} = \{x^2+x, x-1, 1\}$.

Respuestas de los ejercicios del capítulo 4.

[4.1] $\text{proj}_W(v) = \left(\frac{11}{3}, \frac{1}{3}, \frac{10}{3}\right)$.

[4.2] $\text{proj}_W(v) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

[4.3] $\text{proj}_W(v) = (\frac{5}{6}, \frac{5}{3}, \frac{5}{6})$.

[4.4] $\text{proj}_W(v) = \left(-\frac{4}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}, 0\right)$.

[4.5] $\text{proj}_W(v) = \left(\frac{16}{7}, \frac{10}{7}, -\frac{5}{7}, \frac{9}{7}\right)$.

[4.6] $\text{proj}_{W^\perp}(v) = \left(0, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

[4.7] $\text{proj}_W(v) = (1, 1, 0, 1, 1)$.

[4.8] $\text{proj}_W(v) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

[4.9] $\text{proj}_W(v) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -1, 2\right)$.

[4.10] $\text{proj}_W(v) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, 2, 1\right)$.

[4.11] Ortonormal.

[4.12] Ortogonal, pero no ortonormal.

[4.13] No ortogonal.

[4.14] Ortonormal.

[4.15] Ortogonal, pero no ortonormal.

[4.16] Ortogonal, pero no ortonormal.

[4.17] Ortonormal.

[4.18] Ortonormal.

[4.19] No ortogonal.

[4.20] Ortonormal.

[4.21] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{\sqrt{6}}(1,\ 2,\ 1),\ \frac{1}{\sqrt{21}}(4,\ -1,\ -2),\ \frac{1}{\sqrt{14}}(1,\ -2,\ 3)\right\}$.

[4.22] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0), \frac{1}{\sqrt{6}}(1,-1,2)\right\}$.

[4.23] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{2}(1,1,1,1),\ \frac{1}{2}(1,1,-1,-1),\ \frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1,0,0)\right\}$.

[4.24] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{\sqrt{5}}(2,\ 0,\ 1),\ \frac{1}{\sqrt{30}}(1,\ 5,\ -2),\ \frac{1}{\sqrt{6}}(-1,\ 1,\ 2)\right\}$.

[4.25] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0),\ \frac{1}{\sqrt{42}}(4,3,-2,-3,-2)\right\}$.

[4.26] $\mathcal{B} = \left\{1, \sqrt{3}(2x-1), \sqrt{5}(6x^2-6x+1)\right\}$.

[4.27] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{\sqrt{6}}(1,2,0,1),\ \frac{1}{\sqrt{30}}(4,-1,3,-2),\ \frac{1}{\sqrt{20}}(-1,-1,3,3)\right\}$.

[4.28] $\mathcal{B} = \left\{\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{pmatrix}\right\}$.

[4.29] $\mathcal{B} = \left\{\frac{\sqrt{3}}{3}(1,1,1,0,0),\ \frac{1}{12}\left(2\sqrt{6},-\sqrt{6},-\sqrt{6},3\sqrt{6},3\sqrt{6}\right),\ \frac{1}{12}\left(-2\sqrt{6},3\sqrt{6},-\sqrt{6},3\sqrt{6},-\sqrt{6}\right)\right\}$.

[4.30] $\mathcal{B} = \left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{\cos(x)}{\sqrt{\pi}}, \frac{\sin(x)}{\sqrt{\pi}}\right\}$.

Respuestas de los ejercicios del capítulo 5.

[5.1] Sí.

[5.2] Sí.

[5.3] No. Tome $v = (4,0)$, $w = (18,3)$, $\alpha = 7$, $\beta = 11$.

[5.4] No. Tome $v = (7,3)$, $w = (8,17)$, $\alpha = 18$, $\beta = 3$.

[5.5] Sí.

[5.6] Sí.

[5.7] Sí.

[5.8] No. Tome $v = f$ con $f(x) = x$, $w = g$, con $g(x) = x^2$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$.

[5.9] No. Tome $v = (-1, -5, 7)$, $w = (5, 1, 1)$, $\alpha = 1$, $\beta = -1$.

[5.10] Sí.

[5.11] Sí.

[5.12] Sí. $T\left(ax^2 + bx + c\right) = \dfrac{ax^3}{3} + 2ax + \dfrac{bx^2}{2} + cx$.

[5.13] Sí.

[5.14] Sí.

[5.15] Sí.

[5.16] No.

[5.17] No.

[5.18] Sí.

[5.19] No.

[5.20] $T(x_1, x_2, x_3) = (x_3, x_1 + x_2)$.

[5.21] $T(x_1, x_2, x_3) = (x_3 - x_2, x_1 - 2x_2 + x_3)$.

[5.22] $T(x_1, x_2, x_3) = (x_3 - x_2, x_2, x_1)$.

[5.23] $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 + x_3, 0, x_3)$.

[5.24] $T(x_1, x_2) = (x_2, x_1, 0, x_1)$.

[5.25] $T(x_1, x_2) = (0, x_1, 0, x_2)$.

[5.26] $T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - x_2 + x_4, 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4, x_4, x_3)$.

[5.27] $T(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_2 + 2x_4 - x_5,\ x_1 - x_2 + x_3 - x_5,\ x_1 + 2x_3 + 2x_4 - 3x_5,\ x_2 - x_3 + x_5,\ x_1 - x_2)$.

[5.28] $T(a+xb+x^2c+x^3d) = -a+b+x(b+c)+x^2(b+c)+d$.

[5.29] $T(a+bx+cx^2+dx^3) = b-d+(b-c+d)x+(a+d)x^2$.

[5.30] $T(a+bx+cx^2+dx^3) = c-a+b+cx+bx^2$.

[5.31] $T(a+bx+cx^2+dx^3) = 2c+a+ax-b(b-d)x^2+(a+c-d)x^3$.

[5.32] $T(a+bx+cx^2+dx^3) = d-b+(a+b)x+(a+b)x^2+(-a-2b+c+d)x^3$.

[5.33] $\text{Gen}\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -10/7 & 1/7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6/7 & -2/7 \end{pmatrix}\right]$. No es inyectiva.

[5.34] $\text{Gen}\,[(1,-1,0,0),(0,0,1,-1)]$. No es inyectiva.

[5.35] $\text{Gen}\,[(0,0,0,0)]$. Sí es inyectiva.

[5.36] $\text{Gen}\,[0]$. Sí es inyectiva.

[5.37] $\text{Gen}\,[0]$. Sí es inyectiva.

[5.38] $\text{Gen}\left[x^2-x+1\right]$. No es inyectiva.

[5.39] $\text{Gen}\left[x^2-x-1\right]$. No es inyectiva..

[5.40] $\text{Gen}\,[(0,0,1,-1)]$. Sí es inyectiva.

[5.41] $\text{Gen}\,[(1,0),(0,1)]$. Sí es sobreyectiva.

[5.42] $\text{Gen}\,[(1,0),(0,1)]$. Sí es sobreyectiva.

[5.43] $\text{Gen}\,[(1,1,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,1,1)]$. Sí es sobreyectiva.

[5.44] $\text{Gen}\left[x^3,x^2,x\right]$. No es sobreyectiva.

[5.45] $\text{Gen}\left[x^3,x^2,x\right]$. No es sobreyectiva..

[5.46] $\text{Gen}\,[1,x]$. Sí es sobreyectiva..

[5.47] $\text{Gen}\left[x^2-1,x+1\right]$. No es sobreyectiva..

[5.48] $\text{Gen}\,[((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1))]$. Sí es sobreyectiva.

[5.49] $\begin{pmatrix} 28 & 37 \\ -12 & -27 \end{pmatrix}$.

[5.50] $\begin{pmatrix} \frac{155}{21} & \frac{100}{21} \\ \frac{34}{7} & -\frac{58}{7} \end{pmatrix}$.

[5.51] $\begin{pmatrix} -\frac{7248}{41} & -\frac{536}{41} \\ -\frac{1830}{41} & -\frac{5}{41} \\ -\frac{1482}{41} & -\frac{203}{41} \end{pmatrix}$.

[5.52] $\begin{pmatrix} \frac{161}{181} & \frac{505}{181} \\ -\frac{197}{362} & \frac{5291}{362} \\ \frac{168}{181} & -\frac{984}{181} \end{pmatrix}$.

[5.53] $\begin{pmatrix} \frac{9692}{235} & -\frac{7043}{235} & -\frac{7433}{235} \\ \frac{1758}{47} & -\frac{875}{47} & -\frac{1522}{47} \\ -\frac{7203}{235} & \frac{4137}{235} & \frac{4652}{235} \end{pmatrix}$.

[5.54] $\begin{pmatrix} \frac{7963}{375} & -\frac{2503}{375} & \frac{2066}{125} \\ -\frac{2868}{125} & \frac{1058}{125} & -\frac{1578}{125} \\ \frac{4198}{375} & -\frac{1288}{375} & \frac{2086}{125} \end{pmatrix}$.

[5.55] $T(x_1,x_2) = (-2/69(41x_1 - 127x_2), 8/69(20x_1 - 67x_2))$.

[5.56] $T(x_1,x_2) = (-2(2x_1 + x_2), -2/3(11x_1 + x_2))$.

[5.57] $T(x_1,x_2) = (1/12(29x_1 - 74x_2), 1/12(5x_1 + 58x_2), 1/6(-211x_1 - 50x_2))$.

[5.58] $T(x_1,x_2) =$

$(1/47(1197x_1 - 715x_2), 2/47(378x_1 - 65x_2), 1/47(233x_1 - 123x_2))$.

[5.59] $T(x_1,x_2,x_3) = (9x_1 - 25x_2 + (37x_3)/2, 1/17(528x_1 - 730x_2 + 567x_3),$

$1/51(-619x_1 + 945x_2 - 756x_3))$.

[5.60] $T(x_1,x_2,x_3) = (-2/5(152x_1 + 297x_2 - 63x_3),\ 1/5(-128x_1 - 153x_2 + 72x_3),$

$-2/5(188x_1 + 418x_2 - 117x_3))$.

[5.61] $\begin{pmatrix} \frac{10}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{14}{9} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$.

[5.62] $\begin{pmatrix} \frac{77}{72} & \frac{5}{36} \\ -\frac{4}{9} & -\frac{8}{9} \end{pmatrix}$.

[5.63] $\begin{pmatrix} -\frac{513}{299} & -\frac{121}{299} & \frac{1192}{299} \\ \frac{111}{299} & -\frac{56}{299} & -\frac{459}{299} \\ \frac{409}{299} & \frac{160}{299} & -\frac{269}{299} \end{pmatrix}$.

[5.64] $\begin{pmatrix} -\frac{35}{157} & \frac{1255}{2041} & \frac{267}{2041} \\ -\frac{110}{157} & -\frac{1461}{2041} & -\frac{1942}{2041} \\ \frac{19}{157} & \frac{799}{2041} & \frac{344}{2041} \end{pmatrix}$.

[5.65] $\begin{pmatrix} -\frac{548}{635} & -\frac{278}{127} & -\frac{1751}{1270} & -\frac{3129}{1270} \\ -\frac{382}{635} & -\frac{26}{127} & \frac{61}{1270} & \frac{579}{1270} \\ \frac{1199}{635} & \frac{186}{127} & \frac{1594}{635} & \frac{806}{635} \\ -\frac{434}{635} & \frac{19}{127} & -\frac{1593}{1270} & -\frac{47}{1270} \end{pmatrix}$.

[5.66] $T(x_1, x_2) = (-41x_1 + 10x_2, -11x_1 + 14x_2)$.

[5.67] $T(x_1, x_2) = (87x_1 - 70x_2, 77x_1 - 63x_2)$.

[5.68] $T(x_1, x_2) = (-36x_1 + 8x_2, 2(24x_1 + x_2))$.

[5.69] $T(x_1, x_2) = (-18x_1 + 64x_2, -39x_1 + 27x_2)$.

[5.70] $T(x_1, x_2) = 39x_2$.

[5.71] $T(x_1, x_2) = -8x_1 - 78x_2$.

[5.72] $\begin{pmatrix} \frac{5}{12} & -1 \\ -\frac{37}{24} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{27}{4} & \frac{7}{2} \\ -\frac{39}{8} & -\frac{7}{4} \end{pmatrix}$.

[5.73] $\begin{pmatrix} -\frac{7}{5} & \frac{9}{5} & \frac{6}{5} \\ -\frac{291}{100} & \frac{191}{50} & \frac{102}{25} \\ -\frac{41}{100} & \frac{41}{50} & \frac{27}{25} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{12}{13} & -\frac{1}{39} \\ -\frac{15}{13} & \frac{21}{13} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{27}{5} & -\frac{53}{5} \\ \frac{81}{100} & -\frac{6999}{100} \\ \frac{231}{100} & -\frac{749}{100} \end{pmatrix}$.

[5.74] $\begin{pmatrix} \frac{261}{439} & -\frac{345}{439} & \frac{147}{439} \\ \frac{715}{439} & -\frac{274}{439} & \frac{655}{439} \\ -\frac{538}{439} & \frac{146}{439} & -\frac{631}{439} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{20}{17} & \frac{2}{51} \\ \frac{11}{34} & \frac{5}{17} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{3176}{439} & -\frac{90}{439} \\ -\frac{7471}{439} & -\frac{2820}{439} \\ \frac{5519}{439} & \frac{1336}{439} \end{pmatrix}$.

[5.75] $\begin{pmatrix} -\frac{35}{16} & -\frac{43}{48} & \frac{1}{3} \\ -\frac{11}{32} & -\frac{19}{96} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{25}{32} & \frac{5}{32} & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{13}{6} & \frac{11}{12} \\ \frac{28}{15} & -\frac{283}{15} & \frac{119}{30} \\ \frac{4}{5} & -\frac{9}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{281}{144} & -\frac{29}{9} & \frac{449}{144} \\ -\frac{2335}{288} & -\frac{113}{18} & -\frac{4183}{288} \\ -\frac{141}{32} & -\frac{21}{2} & -\frac{213}{32} \end{pmatrix}$.

[5.76] $\begin{pmatrix} \frac{84}{61} & \frac{20}{61} & \frac{6}{61} \\ \frac{587}{488} & -\frac{81}{488} & -\frac{3}{244} \\ \frac{965}{488} & -\frac{479}{488} & -\frac{81}{244} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{157}{8} & 32 & \frac{177}{8} \\ -\frac{45}{2} & 36 & \frac{51}{2} \\ -\frac{139}{8} & 28 & \frac{151}{8} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{318}{61} & \frac{36}{61} & -\frac{51}{61} \\ \frac{195}{122} & \frac{87}{61} & \frac{75}{61} \\ \frac{507}{122} & \frac{153}{61} & \frac{195}{61} \end{pmatrix}.$

[5.77] $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{23}{3} & 16 \\ -\frac{7}{9} & -\frac{26}{3} \end{pmatrix}.$

[5.78] $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{131}{9} & \frac{29}{3} \\ -\frac{404}{27} & \frac{95}{9} \end{pmatrix}.$

[5.79] $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -9 & -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{17}{2} & \frac{29}{6} \\ -\frac{27}{2} & -\frac{9}{2} \end{pmatrix}.$

[5.80] $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -6 & -6 & -1 \\ -4 & 8 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{79}{8} & -\frac{111}{16} & -\frac{41}{32} \\ \frac{153}{32} & \frac{833}{64} & \frac{487}{128} \\ -\frac{199}{16} & -\frac{399}{32} & -\frac{329}{64} \end{pmatrix}.$

[5.81] $\begin{pmatrix} -4 & 3 & -4 \\ -4 & 5 & 7 \\ -8 & 4 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{85}{26} & -\frac{211}{104} & -\frac{2043}{52} \\ -\frac{246}{13} & \frac{159}{26} & -\frac{739}{13} \\ \frac{92}{13} & -\frac{57}{13} & \frac{158}{13} \end{pmatrix}.$

[5.82] $T^{-1}(x_1, x_2) = \left(\frac{6x_1}{7} - x_2, x_1 - x_2\right).$

[5.83] $T^{-1}(x_1, x_2) = \left(x_1 + \frac{7x_2}{8}, -x_1 - x_2\right).$

[5.84] $T^{-1}(x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{379}(-8x_1 + 72x_2 - 63x_3),\ \frac{1}{758}(-30x_1 - 109x_2 + 48x_3),$
$\frac{1}{758}(-40x_1 - 19x_2 + 64x_3)).$

[5.85] $T^{-1}(x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{203}(-4x_1 + 29x_2 - x_3),\ \frac{1}{29}(4x_1 + x_3),\ \frac{1}{29}(7x_3 - x_1))$.

[5.86] No es invertible.

[5.87] No es invertible.

Respuestas de los ejercicios del capítulo 6.

[6.1] $S = \{10, 10\}$, $T = \{(0, 1), (1, 0)\}$.

[6.2] $S = \{6, 6, 0\}$, $T = \{(-2, 0, 1), (1, 1, 0), (4, 1, 0)\}$.

[6.3] $S = \{110, 110, 0\}$, $T = \{(15, 0, 1), (-36, 1, 0), (1, 1, 1)\}$.

[6.4] $S = \{70, 0, 0\}$, $T = \{(4, 5, 3), (40, 0, 31), (-2, 31, 0)\}$.

[6.5] $S = \{234, 208, 208, 78\}$, $T = \{(1, 0, 0, 1), (23, 0, 6, 0), (-4, 3, 0, 0), (3, 1, 2, 1)\}$.

[6.6] $S = \{150, 60, 30, 30\}$, $T = \{(2, 0, 1, 1), (0, 0, 2, 3), (5, 3, 0, 4), (-11, 11, 12, 0)\}$.

[6.7] $S = \{10, 7, 7, 1\}$, $T = \{(0, 1, 4, 2), (1, 4, 0, 3), (1, 4, 9, 0), (1, 4, 5, 2)\}$.

[6.8] $P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{10} & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ 1 & -\frac{6}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$.

[6.9] $P^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & \frac{9}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{20} & -\frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix}$.

[6.10] $P^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{3}{10} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$.

[6.11] $P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{7}{12} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{7}{4} \end{pmatrix}$.

[6.12] Sí es diagonalizable.

[6.13] No es diagonalizable.

[6.14] Sí es diagonalizable.

[6.15] No es diagonalizable.

[6.16] No es diagonalizable.

[6.17] No es diagonalizable.

[6.18] Sí es diagonalizable.

[6.19] No es diagonalizable.

[6.20] $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

[6.21] $P = \begin{pmatrix} 3 & 10 & -7 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 96 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 80 \end{pmatrix}$.

[6.22] $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$.

[6.23] $P = \begin{pmatrix} 1 & 15 & 1 \\ 0 & 16 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 54 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 \\ 0 & 0 & 36 \end{pmatrix}$.

[6.24] $P = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 9 & 0 \\ 2 & 17 & -4 & 0 \\ 3 & 0 & 7 & 5 \\ 5 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2632 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2303 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2303 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

[6.25] $P = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & -2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 7 & 1 \\ 3 & 7 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 560 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 56 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

[6.26] $P = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 10 & 6 \\ 5 & -5 & 3 & 1 \\ 0 & 10 & 0 & 8 \\ 2 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 352 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 352 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 132 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 132 \end{pmatrix}$.

[6.27] $P = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 & 5 \\ -13 & 21 & 3 & 4 \\ 0 & 10 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 4080 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4080 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3672 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 816 \end{pmatrix}$.

[6.28] $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} -49104 & 31920 & 63840 \\ -95760 & 78576 & 63840 \\ -31920 & 10640 & 67936 \end{pmatrix}$.

[6.29] $P = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 294 & 0 & 0 \\ 0 & 245 & 0 \\ 0 & 0 & 245 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} 15798580 & -1310946 & 2184910 \\ 1092455 & 13395179 & 2184910 \\ 5462275 & -6554730 & 25630675 \end{pmatrix}$.

[6.30] $P = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} 15000 & 0 & -7000 \\ 5600 & 1000 & -2800 \\ 14000 & 0 & -6000 \end{pmatrix}$.

[6.31] $P = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & -2912 & 2912 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -728 & 729 \end{pmatrix}$.

[6.32] $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

[6.33] $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

[6.34] $P = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

[6.35] $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 17 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

[6.36] $P = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 & 2 \\ 11 & -1 & -1 & -2 \\ 8 & 2 & -2 & 1 \\ 9 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

[6.37] $P = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 23 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

[6.38] $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

[6.39] $P=\begin{pmatrix}1&0&-1&-1\\1&-1&1&0\\1&0&-1&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}30&0&0&0\\0&6&0&0\\0&0&-2&0\\0&0&0&2\end{pmatrix}$.

[6.40] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{6}}&-\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\\-\sqrt{\frac{2}{3}}&0&\frac{1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}-3&0&0\\0&3&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

[6.41] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{6}}&-\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\\-\sqrt{\frac{2}{3}}&0&\frac{1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}-11&0&0\\0&11&0\\0&0&10\end{pmatrix}$.

[6.42] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{6}}&-\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\\-\sqrt{\frac{2}{3}}&0&\frac{1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}-9&0&0\\0&9&0\\0&0&6\end{pmatrix}$.

[6.43] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}}&\frac{1}{\sqrt{6}}&-\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{3}}&-\sqrt{\frac{2}{3}}&0\\\frac{1}{\sqrt{3}}&\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}6&0&0\\0&-3&0\\0&0&3\end{pmatrix}$.

[6.44] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{\sqrt{2}}&0\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&0&-\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&0&\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{\sqrt{2}}&0\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}6&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$.

[6.45] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&-\frac{1}{\sqrt{2}}&-\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{2\sqrt{3}}\\\frac{1}{2}&0&\sqrt{\frac{2}{3}}&\frac{1}{2\sqrt{3}}\\\frac{1}{2}&0&0&-\frac{\sqrt{3}}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{\sqrt{2}}&-\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{2\sqrt{3}}\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}-5&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$.

[6.46] $P=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&0&-\frac{1}{\sqrt{2}}&-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{\sqrt{2}}&0&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&0&\frac{1}{\sqrt{2}}&-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{\sqrt{2}}&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}9&0&0&0\\0&3&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$.

[6.47] $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

[6.48] $vp = \{10, 10, 0\}$, $VP = \{(-3, 0, 2), (5, 2, 0), (0, 1, 5)\}$.

[6.49] $vp = \{110, 110, 66\}$, $VP = \{(0, 1, 3), (1, 0, 0), (3, 4, 1)\}$.

[6.50] $vp = \{30, 15, 15\}$, $VP = \{(0, 0, 1), (5, 0, 1), (-2, 1, 0)\}$.

[6.51] $vp = \{21, 21, 9\}$, $VP = \{(0, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 4, 5)\}$.

[6.52] $vp = \{9, 7, 7\}$, $VP = \{(0, 4, 1), (2, 0, 1), (-3, 5, 0)\}$.

[6.53] $vp = \{24, 0, 0\}$, $VP = \{(5, 2, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 0)\}$.

[6.54] $vp = \{20, 6, 6\}$, $VP = \{(0, 3, 4), (-2, 0, 1), (2, 1, 0)\}$.

[6.55] $vp = \{190, 171, 171\}$, $VP = \{(4, 0, 5), (7, 0, 4), (-5, 4, 0)\}$.

[6.56] $F(x, y, z) = 6x^2 + 8xy + 10xz + 10y^2 + 10yz + 6z^2$.

[6.57] $F(x, y, z) = 6x^2 + 10xy + 6xz + 2y^2 + 14yz$.

[6.58] $F(x, y, z) = 6x^2 + 4xy + 12xz + 4y^2 + 14yz + 8z^2$.

[6.59] $F(x, y, z) = 10x^2 + 10xy + 14xz + 6y^2 + 6yz + 8z^2$.

[6.60] $\begin{pmatrix} 10 & 6 & 4 \\ 6 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

[6.61] $\begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 5 & 10 & 9 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}$.

[6.62] $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 6 & 0 & 8 \\ 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$.

[6.63] $\begin{pmatrix} 10 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & 3 \\ 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

[6.64] $\frac{1}{49}(x+5)^2 - \frac{1}{81}(y-4)^2 = 1$, Hipérbola.

[6.65] $(x-2)^2 + \frac{1}{49}(y-7)^2 = 1$, Elipse.

[6.66] $y - 1 = 6(x-2)^2$, Parábola.

[6.67] $(x+6)^2 + (y+6)^2 = 25$, Círculo.

[6.68] $\frac{1}{81}(x+2)^2 + \frac{1}{25}(y+7)^2 = 1$, Elipse.

[6.69] $y - 9 = -9(x+7)^2$, Parábola.

[6.70] $y - 2 = 6(x-7)^2$, Parábola.

[6.71] $\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{81}(y+9)^2 = 1$, Elipse.

[6.72] $\frac{1}{49}(y-3)^2 - \frac{1}{25}(x+5)^2 = 1$, Hipérbola.

[6.73] $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 49$, Círculo.

[6.74] $\frac{1}{9}(x-1)^2 - \frac{1}{81}(y-8)^2 = 1$, Hipérbola.

[6.75] $(x-6)^2 + (y+3)^2 = 49$, Círculo.

[6.76] $\frac{1}{64}(x+3)^2 - \frac{1}{16}(y+4)^2 - \frac{1}{64}(z+5)^2 = 1$, Hiperboloide de dos mantos.

[6.77] $-\frac{1}{36}(x+5)^2 - \frac{1}{16}(y-3)^2 + \frac{1}{64}(z+3)^2 = 1$, Hiperboloide de dos mantos.

[6.78] $\frac{1}{36}(x+7)^2 - \frac{1}{25}(y-1)^2 = z - 9$, Paraboloide hiperbólico.

[6.79] $-\frac{1}{49}(x+6)^2 + \frac{1}{36}(y-8)^2 + \frac{1}{16}(z+6)^2 = 1$, Hiperboloide de un manto.

[6.80] $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$, Esfera.

[6.81] $(x-6)^2 + (y+1)^2 = z + 9$, Paraboloide elíptico.

[6.82] $(x-6)^2+(y-8)^2=z-2$, Paraboloide elíptico.

[6.83] $(x-7)^2+(y+9)^2+(z-5)^2=9$, Esfera.

[6.84] $\frac{1}{64}(x+3)^2-\frac{1}{16}(y-1)^2+(z+3)^2=1$, Hiperboloide de un manto.

[6.85] $\frac{1}{16}(x-3)^2-\frac{1}{25}(y-1)^2-\frac{z^2}{49}=1$, Hiperboloide de dos mantos.

[6.86] $(x-4)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=49$, Esfera.

[6.87] $(x+2)^2+\frac{1}{36}(y+7)^2+\frac{1}{16}(z+9)^2=1$, Elipsoide.

[6.88] $(x+6)^2+(y-4)^2=z-5$, Paraboloide elíptico.

[6.89] $-\frac{1}{9}(x+3)^2+\frac{1}{16}(y-4)^2+\frac{1}{64}(z+7)^2=1$, Hiperboloide de un manto.

[6.90] $\frac{1}{49}(x-2)^2+\frac{1}{49}(y+9)^2+\frac{1}{4}(z+1)^2=1$, Elipsoide.

[6.91] $\frac{1}{81}(y-4)^2-(x+6)^2=z-2$, Paraboloide hiperbólico.

[6.92] $(x+6)^2+\frac{1}{64}(y+3)^2+(z-4)^2=1$, Elipsoide.

[6.93] $\frac{1}{16}(y+5)^2-\frac{1}{4}(x-6)^2=z+2$, Paraboloide hiperbólico.

[6.94] $\frac{u^2}{25}-\frac{v^2}{49}=1$, Hipérbola.

[6.95] $\frac{v^2}{49}-\frac{u^2}{9}=1$, Hipérbola.

[6.96] $\frac{u^2}{25}+\frac{v^2}{9}=1$, Elipse.

[6.97] $\frac{u^2}{25}+\frac{v^2}{9}=1$, Elipse.

[6.98] $\frac{u^2}{64}-\frac{v^2}{9}=1$, Hipérbola.

[6.99] $\frac{u^2}{64}+\frac{v^2}{16}=1$, Elipse.

[6.100] $\frac{u^2}{49}+\frac{v^2}{16}=1$, Elipse.

[6.101] $v^2 - \frac{u^2}{36} = 1$, Hipérbola.

[6.102] $v - 1 = -3(u+1)^2$, Parábola.

[6.103] $v + 4 = 2(u+8)^2$, Parábola.

[6.104] $\frac{1}{9}(u+6)^2 - \frac{1}{16}(v-3)^2 = 1$, Hipérbola.

[6.105] $\frac{1}{4}(u-6)^2 + \frac{v^2}{49} = 1$, Elipse.

[6.106] $\frac{1}{64}(u+6)^2 - \frac{1}{16}(v+7)^2 = 1$, Hipérbola.

[6.107] $\frac{1}{64}(u+2)^2 + \frac{1}{16}(v-4)^2 = 1$, Elipse.

[6.108] $-\frac{u^2}{36} + \frac{v^2}{4} + w^2 = 1$, Hiperboloide de un manto.

[6.109] $-\frac{u^2}{36} + \frac{v^2}{9} - \frac{w^2}{81} = 1$, Hiperboloide de dos mantos.

[6.110] $u^2 + \frac{v^2}{36} + \frac{w^2}{9} = 1$, Elipsoide.

[6.111] $\frac{u^2}{49} - \frac{v^2}{81} = w$, Paraboloide hiperbólico.

[6.112] $v^2 - \frac{u^2}{81} = w$, Paraboloide hiperbólico.

[6.113] $-\frac{u^2}{36} - \frac{v^2}{4} + \frac{w^2}{4} = 1$, Hiperboloide de dos mantos.

[6.114] $\frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{4} + \frac{w^2}{9} = 1$, Elipsoide.

[6.115] $\frac{u^2}{4} + \frac{v^2}{64} + \frac{w^2}{4} = 1$, Elipsoide.

[6.116] $\frac{u^2}{81} - \frac{v^2}{64} = w$, Paraboloide hiperbólico.

[6.117] $\frac{u^2}{36} - v^2 + \frac{w^2}{64} = 1$, Hiperboloide de un manto.

[6.118] $-\frac{u^2}{36} + \frac{v^2}{16} + \frac{w^2}{36} = 1$, Hiperboloide de un manto.

[6.119] $\dfrac{v^2}{25} - \dfrac{1}{81}(u-2)^2 = w$, Paraboloide hiperbólico.

[6.120] $\dfrac{1}{16}(u-1)^2 + v^2 - \dfrac{w^2}{64} = 1$, Hiperboloide de un manto.

[6.121] $\dfrac{u^2}{81} + \dfrac{v^2}{36} + \dfrac{1}{64}(w+3)^2 = 1$, Elipsoide.

[6.122] $\dfrac{1}{64}(u+7)^2 - v^2 + \dfrac{w^2}{25} = 1$, Hiperboloide de un manto.

[6.123] $\dfrac{v^2}{9} - \dfrac{1}{49}(u-3)^2 = w$, Paraboloide hiperbólico.

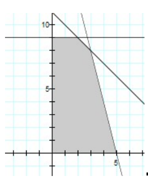
[6.124] $\dfrac{u^2}{64} + \dfrac{1}{49}(v+8)^2 + \dfrac{w^2}{36} = 1$, Elipsoide.

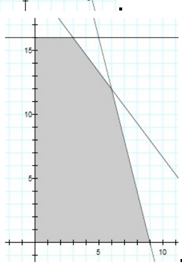
[6.125] $\dfrac{u^2}{81} + \dfrac{v^2}{36} + \dfrac{1}{49}(w+3)^2 = 1$, Elipsoide.

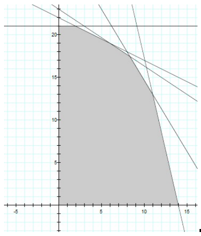
[6.126] $\dfrac{v^2}{81} - \dfrac{1}{25}(u+5)^2 = w$, Paraboloide hiperbólico.

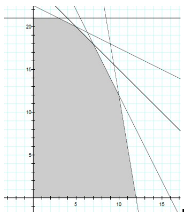
[6.127] $\dfrac{u^2}{64} - (v-4)^2 + w^2 = 1$, Hiperboloide de un manto.

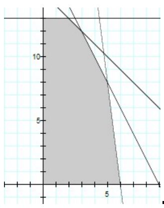
Respuestas de los ejercicios del capítulo 7.

[7.1]  .

[7.2]  .

[7.3] .

[7.4] .

[7.5] .

[7.6] $\{78, \{x \to 13, y \to 0\}\}$.

[7.7] $\{165, \{x \to 10, y \to 13\}\}$.

[7.8] $\{56, \{x \to 7, y \to 7\}\}$.

[7.9] $\{104, \{x \to 6, y \to 16\}\}$.

[7.10] $\{10, \{x \to 5, y \to 0\}\}$.

[7.11] $\{44, \{x \to 0, y \to 8, z \to 2\}\}$.

[7.12] $\{0, \{x \to 0, y \to 0, z \to 0\}\}$.

[7.13] $\left\{\frac{306}{5}, \left\{x \to \frac{42}{5}, y \to \frac{16}{5}, z \to 0\right\}\right\}$.

[7.14] $\{101, \{x \to 7, y \to 0, z \to 9\}\}$.

[7.15] $\left\{175, \left\{x \to \frac{35}{2}, y \to 0, z \to 0\right\}\right\}$.

[7.16] $\left\{114, \left\{x \to \frac{38}{3}, y \to 0, z \to 0\right\}\right\}$.

[7.17] x: número de mesas de oficina a producir, y: número de sillas de oficina a producir.

$$\text{Max. } Z = 200x + 100y,$$

$$\begin{cases} 150x + 80y \leq 60000 \\ x + y \leq 500 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad \textbf{Sol./}\{80000, \{x \to 400, y \to 0\}\}$$

.

[7.18] x: número de ramos de lirios a comprar, y: número de ramos de tulipanes a comprar.

$$\text{Max. } Z = 4x + 3y,$$

$$\begin{cases} 8x + 3y \leq 7000 \\ y \leq 1000 \\ x + y \leq 1200 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad \textbf{Sol./}\{4280, \{x \to 680, y \to 520\}\}$$

.

[7.19] x: número de dispositivos tipo X a producir, y: número de dispositivos tipo Y a producir.

$$\text{Max. } Z = 4x + 6y,$$

$$\begin{cases} y \leq 20 \\ x + y \leq 25 \\ 3x + 2y \leq 30 \\ 5x + 4y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad \textbf{Sol./}\{72, \{x \to 0, y \to 12\}\}$$

.

[7.20] x: número de zapatos tipo Z a producir, y: número de zapatos tipo W a producir.

Max. $Z = 10x + 12y$,

$$\begin{cases} y \leq 25 \\ x + y \leq 30 \\ 4x + 3y \leq 50 \\ 8x + 5y \leq 60 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$ **Sol.**/$\{144, \{x \to 0, y \to 12\}\}$

.

[7.21] x: cantidad invertida en el fondo A (en dólares), y: cantidad invertida en el fondo B (en dólares).

Max. $Z = 0.12x + 0.06y$,

$$\begin{cases} x + y \leq 40000 \\ x \leq 25000 \\ y \geq 15000 \\ x \leq 3y \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$ **Sol.**/$\{3900., \{x \to 25000., y \to 15000.\}\}$

.

[7.22] x: número de hectáreas destinadas a cultivar uvas rojas, y: número de hectáreas destinadas a cultivar uvas blancas.

Max. $Z = 25000x + 18000y$,

$$\begin{cases} x + y \leq 400 \\ 20000x + 15000y \leq 600000 \\ x \leq 0.4(x + y) \\ y \geq 0.3(x + y) \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$ **Sol.**/$\{732000., \{x \to 12, y \to 24\}\}$

.

[7.23] x: cantidad de kilogramos de rosas a comprar, y: cantidad de kilogramos de lavanda a comprar. Min. $Z = 30x + 25y$,

$$\begin{cases} 0.6x + 0.4y \geq 60000 \\ 0.3x + 0.4y \geq 50000 \\ 0.1x + 0.2y \geq 20000 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Sol./$\{3.5 \times 10^6, \{x \to 33333.3, y \to 100000.\}\}$

.

[7.24] x: cantidad invertida en tecnología (T), y: cantidad invertida en energías renovables (R), z: cantidad invertida en educación (E).

Max. $Z = 0.15x + 0.1y + 0.07z$,

$$\begin{cases} x + y + z \leq 200000 \\ y + z \geq 0.5 \cdot 200000 \\ x \leq 0.4 \cdot 200000 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases}$$

Sol./
$\{24000., \{x \to 80000., y \to 120000., z \to 0.\}\}$

.

[7.25] x_1: número de panes, x_2: número de pasteles, x_3: número de galletas, x_4: número de croissants. Max. $Z = 1.5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4$,

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 800 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 1000 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 600 \\ x_1 \leq 200 \\ x_2 \leq 150 \\ x_3 \leq 300 \\ x_4 \leq 100 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Sol./$\{690., \{x_1 \to 140., x_2 \to 0., x_3 \to 40., x_4 \to 100.\}\}$

.

[7.26] x_1: Cantidad de estatuas antiguas llevadas, x_2: Cantidad de cofres con monedas llevados, x_3: Cantidad de gemas preciosas llevadas, x_4: Cantidad de colgantes llevados, x_5: Cantidad de mapas del tesoro llevados.

Max. $Z = 800x_1 + 1000x_2 + 1500x_3 + 500x_4 + 200x_5$,

$$\begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 12x_3 + 4x_4 + 3x_5 \leq 25 \\ x_1 \leq 2, x_2 \leq 2, x_3 \leq 2, x_4 \leq 2, x_5 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Sol./$\{3100, \{x_1 \to 2, x_2 \to 0, x_3 \to 1, x_4 \to 0, x_5 \to 0\}\}$

.

[7.27] x_1: Cantidad (en ml) de aloe vera en cada 100 ml de crema, x_2: Cantidad (en ml) de aceite de coco en cada 100 ml de crema, x_3: Cantidad (en ml) de manteca de karité en cada 100 ml de crema, x_4: Cantidad (en ml) de cera de abeja en cada 100 ml de crema, x_5: Cantidad de aceite de almendras en cada 100 ml de crema, x_6: Cantidad de extracto de rosas en cada 100 ml de crema.

$$\text{Min.}Z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 + 7x_6$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 100 \\ 0.4x_1 + 0.25x_2 + 0.2x_3 + 0.15x_4 + 0.3x_5 + 0.1x_6 \geq 30 \\ 0.1x_1 + 0.15x_2 + 0.2x_3 + 0.4x_4 + 0.05x_5 + 0.5x_6 \leq 20 \\ 0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.25x_3 + 0.3x_4 + 0.35x_5 + 0.15x_6 \leq 25 \\ x_4 \leq 8 \\ x_6 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

Sol./$\{200., \{x_1 \to 100., x_2 \to 0., x_3 \to 0., x_4 \to 0., x_5 \to 0., x_6 \to 0.\}\}$

.